

·学科进展·

# 机械系统的碰撞振动与控制

胡海岩\* 金栋平

(南京航空航天大学振动工程研究所, 南京 210016)

**[摘要]** 机械系统内部或边界间隙引起的碰撞振动是机械动力学的研究热点之一。该领域的近期研究成果有: (1) 碰撞振动的间断和连续分析, 包括稳定性分析、奇异性问题、擦边诱发分叉、非线性模态等研究; (2) 碰撞振动控制, 特别是不连续系统的控制方法和控制混沌碰撞振动; (3) 碰撞振动分析的数值方法; (4) 碰撞振动实验研究。

**[关键词]** 碰撞振动, 非线性系统, 动力学与控制

## 引言

在稳态运行环境下, 机械系统内部或边界上的间隙通常使系统产生碰撞振动, 即零部件间或零部件与边界间的往复碰撞。这会造成有害的动应力、表面磨损和高频噪声, 严重影响产品的质量。在当代高技术的机电系统中, 碰撞振动有时会成为影响系统性能的主要因素。例如: (1) 在由机器人完成的柔顺插入装配中, 为避免轴、孔对中误差而引起卡阻, 需要同时控制操作器的位置和它与环境间的作用力。这类柔顺操作器的关键部分由弹性元件、应变测量模块及力反馈电路组成, 通过控制弹性元件的变形, 产生对负载变化非常敏感的控制力。操作器研制的难点之一是, 传动误差扰动经过间隙环节后成为极复杂的运动, 对高灵敏度操作器的动力学特性产生影响。(2) 大型航天器中许多大柔性结构(如空间站的天线、太阳能电池帆板)需要在太空轨道装配或自动展开, 为此, 在关节(或套筒)中留有一定间隙。虽然这些间隙与结构尺寸相比很小, 但因关节数目很多而使整个结构呈明显的松动, 其振动特性变得非常复杂。另外, 这类结构往往还受主动控制, 间隙显著增加了控制的难度。

因此, 深入研究间隙引起的碰撞振动, 才能在高技术机电系统的设计阶段把握其动力学特性, 避免后继阶段的大挫折。由于碰撞振动系统是复杂的非线性动力学系统, 对它的研究既有理论难度又有重要工程实际意义, 得到普遍关注。

## 1 碰撞振动分析

人们对碰撞振动的研究已有近 50 年历史。早期研究主要针对涡轮机叶片、机翼和机床的

\* 1996 年度国家杰出青年科学基金获得者。  
国家自然科学基金、国家教委“跨世纪优秀人才计划”资助项目。  
本文于 1997 年 3 月 24 日收到。

碰撞阻尼,系统模型是具有刚性约束的单自由度系统。人们曾提出了一些理论方法和碰撞模型来确定碰撞恢复系数,发展了相应的实验技术和模拟计算机仿真方法。1981年, Peterka<sup>[1]</sup>综述了这些早期研究成果,在此期间,关于碰撞振动的专著陆续出版。80年代以来,随着非线性动力系统理论、动态测试技术和计算机技术的发展,人们对碰撞振动的研究进入了一个新的阶段。

与冲击动力学中研究的碰撞相比,本文涉及的是低速碰撞。但由于是反复碰撞问题,要求碰撞模型要有很高精度方能正确描述长时间历程的非线性碰撞振动。根据对碰撞模型的不同假设,现有两种不同的分析方法:(1)刚性碰撞:假设碰撞在瞬息完成,通过恢复系数描述撞击过程前后碰撞体的速度阶跃和能耗,而不考虑撞击过程的细节。基于这种模型的分析包括碰撞前和碰撞后两部分,本文称之为“间断分析”。(2)弹性碰撞:假设撞击过程需一定时间完成,用无质量弹簧-阻尼器描述碰撞体相互作用时的变形和能耗。由于分析中包括了接触—变形—恢复—脱离连续变化的实际碰撞过程,本文称之为“连续分析”。

### 1.1 间断分析

这种分析方法认为物体碰撞后的速度取决于系统的构造和初始速度,与撞击力无关。刚硬球体间的碰撞可归入此列,而弹性梁、板的碰撞则否。这种分析方法主要针对具有刚性约束的各种振动系统,研究的主要问题是确定各种周期碰撞振动,分析其稳定性和分叉。采用的研究手段有解析方法、近似方法、数值方法、模拟方法和实验方法。

Shaw和Holmes<sup>[2]</sup>首先从现代动力系统观点研究了简谐激励下有约束的振子,特别是刚度无限大时的冲击振子;用中心流形定理分析了周期响应的局部分叉,通过同宿横截条件讨论了混沌运动。Moon和Shaw设计了基础简谐激励下含单侧刚性约束的悬臂梁实验,成功地证实了刚性约束振子的混沌响应。这一工作奠定了现代动力系统理论在碰撞振动研究中的重要地位。此后,很多学者沿用这种基于几何观点的数值方法来研究碰撞动力学问题。

光滑动力系统的Poincaré映射在对应周期运动的不动点处可微,用线性化映射和奇异性理论就可分别进行稳定性分析和局部分叉分析。然而,碰撞振动系统Poincaré截面的截取方法会使映射在某些区域产生奇异性。Whiston<sup>[3]</sup>在研究简谐激励下无阻尼线性冲击振子时首先注意到了这种奇异性,发展了碰撞动力系统间断分析的奇异性方法。他应用Normal Form理论、Poincaré映射约化正则型,找到了突发分叉、Hopf分叉和相应运动的周期,讨论了全局稳定流形的破裂理论。Ivanov对碰撞振动系统的稳定性和分叉理论作了进一步描述,并将Floquet理论拓宽到碰撞振子系统。

在低速碰撞时,碰撞系统会发生擦边引起的所谓C-分叉现象,其Floquet乘子是系统参数的不连续函数。Nordmark根据局部奇异性分析,提出一种近似映射来描述这种分叉。Foale通过数值仿真和实验,研究了具有对称刚性约束振子的周期运动擦边问题,认为擦边诱发的局部分叉可类比于光滑动力系统的局部分叉。Ivanov进一步研究了如何使周期解在擦边前后保持稳定。为了把C-分叉还原到普通分叉,他提出了具有粘弹性的冲击振子模型。低速或擦边碰撞时,碰撞后的运动不再满足间断分析的条件,此时要考虑撞击力对系统的作用。Ivanov<sup>[4]</sup>使用一般接触力模型对此作了深层次的研究,包括二次分叉分析。Peterka通过理论分析、模拟仿真和数值手段研究了具有粘滞阻尼的碰撞振子中C-分叉、倍周期分叉、鞍结分叉之间的转迁现象。

谢建华研究了弹簧-质量系统撞击无限大板的 Hopf 分叉和余维 2 分叉问题。Dimentberg 则研究了白噪声和非白噪声随机激励下的碰撞振动系统。

在碰撞动力学理论体系不断充实的同时, van der Spek<sup>[5]</sup> 尝试用光滑动力系统的数值方法来解决具有非连续性的碰撞问题, 应用各种胞映射方法研究了零刚度滑动振子的吸引子和吸引域, 指出: 在非连续动力系统中胞映射方法同样有效。

上述研究中, 模型仅有一个自由度, 而在实际应用中多自由度系统显然更有价值。Sung 用数值方法研究了基础受简谐力激励的两自由度冲击振动系统, 证实了其经倍周期瀑布通向混沌。Aidanpaa 应用解析方法得到了一端被刚性约束、具有 Rayleigh 型比例阻尼-质量-弹簧系统的周期运动及其稳定性, 研究了系统参数对其运动行为的影响。

具有磨擦的碰撞系统也受到了重视, Li 通过解析和数值结合研究了具有干磨擦转盘系统的碰撞现象, 计算了其 Lyapunov 指数。值得一提的是 Meijaard<sup>[6]</sup> 把经典 Hopf 分叉理论拓展到了碰撞系统。Cusumano 介绍了 10 自由度碰撞振子的数值仿真研究, 根据 Poincare 映射获得了分叉结果。

在连续体方面, Yigit 使用动量平衡方法, 通过数值与实验, 研究了旋转梁对刚性柱面的撞击动力学响应。

在空间机器人系统中, 操作器支撑在柔性展开结构上。由于关节回转以及它与支持结构之间的动力耦合, 在操作器与周围环境产生冲击接触时会发生未知的运动, 这涉及到刚柔结合的空间操作系统的碰撞问题。

## 1.2 连续分析

具有弹性部件或弹性约束的碰撞系统需要考虑撞击时间以及波的传播问题。本文侧重关心碰撞接触力连续但非光滑、可用无质量弹簧-阻尼器描述的碰撞系统。

研究低速碰撞时, 撞击力可采用弹性理论中的 Hertz 接触力-变形公式, 而能耗是与接触面变形和阻尼机理有关的复杂因素。Dubowsky<sup>[7]</sup> 曾使用线性粘滞阻尼器与 Hertz 弹簧来模拟碰撞接触过程, 缺陷是: 开始碰撞时阻尼力非零, 碰撞恢复期合力为负。在某些情况下(如高速碰撞时), 线性粘滞阻尼器模型失效, 为此 Lee 提出非线性阻尼模型。在柔性悬转梁碰撞分析中表明, 使用非线性阻尼模型获得了与实验一致的结果。Yigit 基于同样的碰撞模型研究了在刚-柔结合的操作器中柔性对碰撞动力学的作用, 进一步表明该模型具有其实用价值。这种基于 Hertz 定律和阻尼函数来描述的碰撞过程在碰撞振动的连续分析中得到普遍应用。此外, 在工程中常使用线性化的撞击力模型。Kahraman 把碰撞接触力线性化, 通过数值方法研究了齿轮传动系统的频响特性和非线性动力学现象。最近, Lankarani 根据局部变形和接触力连续假设, 提出了低速与导致局部塑性的高速碰撞的接触力模型, 并将之用于多体系统的碰撞分析。

关于连续体系统, van Campen<sup>[8]</sup> 使用胞映射方法研究了具有非线性支撑的两端固支梁的碰撞振动。van de Vorst 分析了周期激励下梁的碰撞周期运动及其稳定性。Yigit<sup>[9]</sup> 基于线性弹-塑性接触定律获得了横向碰撞的组合梁的稳态响应。Cusumano 研究了自由端受到激励的悬臂柔性梁碰撞振动的空间内聚现象, 通过计算机数据采集系统获得以激励频率为参数的分叉图, 说明 99% 以上的响应是由一阶特征正交模态捕获的。

对于存在随机因素的碰撞振动系统, Jing 精确求解了具有间隙的单自由度碰撞振动系统

随机响应的闭合解。他使用 Hertz 定律描述接触,激励为具有零均值的高斯过程,发现当间隙是对应于线性系统均方响应的两倍时,可以忽视接触现象。Lin 分析了基础存在随机性的碰撞系统。Bernard<sup>[10]</sup>研究了多自由度受白噪声激励下结构的随机响应。

注意到弹性约束系统的向量场具有分段光滑特性,胡海岩<sup>[11]</sup>分析了非光滑性对 Poincaré 映射可微性的影响,指出:当周期运动接近鞍结及其退化分叉或以很低速度穿过两线性区的切换面时,会发生类似于刚性约束系统周期轨道的擦边分叉现象,系统的动力学行为显著有别于具有光滑向量场的系统。

在模态动力学方面,Zuo 首先探讨了分段线性系统的模态运动,针对内含间隙的回转系统,使用 Floquet 理论和 Poincaré 映射来研究非光滑系统的非线性模态的稳定性和分叉问题。在此基础上,Chen<sup>[12]</sup>利用动力系统不变流形的概念提出了构造分段线性系统非线性模态的一般过程,研究表明,模态、模态动力学和幅-频关系都具有分段型式。

间断分析与连续分析的碰撞模型各异,因此将不同程度地影响物理系统的非线性动力学态, Foale 应用理论和数值方法,通过对比两种模型引起的分叉行为对此作了阐述。

## 2 碰撞振动控制

工程实践中一般需要抑制振动,各种被动、主动或半主动阻尼器的作用就是抑制系统共振。但传统阻尼器的设计是针对线性振动,而不是非线性的碰撞振动。Tanaka<sup>[13]</sup>阐明了传统阻尼器不能抑制碰撞振动的原因,提出了碰撞振动控制的原理。Gaidis 研究了弹性梁组成的碰撞振动系统最优化控制。Sasaki 对碰撞机械提出了一个改进的离散-时间控制设计方法,采用遗传算法进行性能指标的辨识和控制。

控制碰撞振动对机器人操作器具有特别重要的意义。操作器与环境接触和脱离过程中总有碰撞,会影响操作器的正常工作,甚至引起能量传递以及零部件的失灵。Youcef-Toumi<sup>[14]</sup>报告了单臂操作器在力控制下的碰撞问题,根据能量方法提出了适于控制的碰撞解析模型,通过大范围仿真和实验来解释在力反馈控制情况下驱动系统的碰撞现象。对于双臂操作器的协调控制,Borisov 构造了关于高速响应的最优化轨道,研究了机器人控制中的增频转换模式问题。研究表明,当初始条件落在某些开区域内时,所有的最优化轨道将存在增频转换的切换,转换面是分段光滑的流形。

含刚性约束的不连续碰撞机械系统,由于系统状态不光滑,所有基于局部线性化 Poincaré 映射的控制策略均失效。Pagilla 研究了受单侧限幅的机械系统的控制问题。由于限位引起的冲击力非光滑,他使用微分包含理论和非光滑 Lyapunov 理论分析其稳定性,设计了三种不连续的轨道控制方法。Banks 应用代数拓扑方法研究分段线性和非线性系统的结构和最优控制。Chatterjee 研究了零阶次的碰撞阻尼函数对非线性振动系统的控制作用。

在碰撞振动的混沌控制方面,胡海岩<sup>[15]</sup>论证了 OGY 方法的可行性,指出:若系统具有因间隙、约束引起的非光滑向量场,则不能用加速度构造延迟坐标。Kalagnanam 应用 OGY 方法控制碰撞振动系统的混沌,通过对激励频率的时变小摄动将混沌吸引子稳定到周期 1 和周期 2 轨道上,同时说明了如何利用系统对小摄动的敏感性来控制瞬态混沌。胡海岩<sup>[16]</sup>以预紧弹性约束的振子为例,将极点配置思想推广到对分段线性化映射进行分区极点配置,构造出一种分段线性反馈策略来控制混沌。de Weger<sup>[17]</sup>根据 Nordmark 对冲击振子擦边运动提

出的一维简化映射,研究了如何将冲击振子混沌运动稳定到周期运动上。

### 3 数值方法

数值方法在碰撞振动研究中起着重要作用,其关键问题是要高效、高精度的计算碰撞过程。对于一次低速碰撞动力学,研究深度和软件规模已比较接近工程实际。1971年,美国军方支持开发了计算机软件 CRASH 来模拟飞行器坠毁的碰撞动力学,并不断得到改版。Sun 用三维杂交应力有限元方法研究碰撞动载下叠层复合板的位移和动应力分布。Kimsey 讨论了碰撞动力学的并行算法和数据结构。Liao 应用局部混合的三维有限元方法分析了受到横向冲击的叠层板的动力学响应,使用 Hertz 接触定律描述接触力,用 Newmark 直接积分解有限元方程,在每一步开始时用 Newton-Raphson 方法求解碰撞时的接触力。

对于往复碰撞振动,研究尚限于一些简单模型。胡海岩<sup>[18]</sup>指出打靶法不适于 Poincare 奇异的刚性约束系统,提出对系统瞬态运动曲线拟合计算碰撞振动,采用分段解析解与打靶法相结合来提高计算弹性约束系统周期振动的精度和效率。Johnson 进行了单自由度冲击振动系统的计算机分析。Tsai<sup>[19]</sup>研究了具有间隙、受到支撑激励的悬臂梁的非线性响应,提出了力积分和模态传递方法来计算系统的动态响应。Padmanabhan 通过参数延续技术研究了含间隙系统的非线性动力学问题。

### 4 实验研究

Daugela 应用多层压电传感-激振器测量了局部接触区的机械阻抗,得到动力学响应与接触阻抗成正比例。Antunes 报告了热交换器导管在气弹不稳定性作用下往复碰撞的实验结果,表明系统存在多种与理论分析一致的稳态运动。朱文骅等在刚性约束悬臂梁的弯曲振动实验中,观测到周期倍化和奇怪吸引子。Lin 对分段线性的单、双自由度碰撞机械系统,实验研究了激励参数对混沌运动的影响。Gonsalves 将内含间隙具有弹性支撑的转子简化为两自由度碰撞系统,在较大参数空间里考察了系统状态的分叉现象。Bishop<sup>[20]</sup>借助恢复系数的低维数学模型来模拟梁与限制器的碰撞,着重研究了低速碰撞下系统响应的局部和全局结构。胡海岩<sup>[15]</sup>以简谐激励的幅值作为控制参数,进行了含弹性约束的两端固支梁的碰撞混沌控制实验。

在应用方面,日本铁路技术研究所(RTRI)选用特征频率作为判断桥基完好性的一个指标,提出了碰撞振动测试方法。日本铁路公司据此获得了大量数据,通过回归分析建立了关于结构性能的一个判据。Nelson 叙述了用无损碰撞振动技术确定现代复合材料弹性常数的综合方法。

### 5 结束语

笔者认为,今后的碰撞振动与控制研究将面临下述问题:

(1) 碰撞振动理论研究。这涉及许多非光滑、非连续的碰撞动力学问题,包括非光滑映射的奇异性理论、非光滑或间断向量场的范式理论、分段系统的模态理论等新问题。

(2) 计算和数值仿真。突出的障碍在于系统维数。例如,对碰撞系统临界情况的数值仿真精度要求很高,而接缝法这类半解析半数值的高精度方法难以推广到多自由度系统。研究

全局动力学的胞映射方法也受到系统维数的限制。而含有数百个间隙的航天结构则需要工程化的近似计算方法。

(3) 实验研究。一方面, 随着机电产品微型化、工况复杂化, 碰撞力的测量和建模难度大大提高, 放大比例的模型实验能否真实反映实际系统动力学, 成为问题。另一方面, 巨型空间结构包含上百个间隙, 其非线性振动的工作量和难度都远远超出现有实验条件。

(4) 动力学控制。碰撞振动的分段特性导致了一些控制策略的分段, 影响了其鲁棒性。基于神经网络的系统建模与控制, 则可望提供一类光滑控制策略逼近, 改善控制效果。这对于控制混沌同样具有意义。此外, 利用碰撞振动特性, 有可能发展新的振动半主动控制技术。

(5) 柔性部件间的碰撞振动问题。目前只能基于部件的低阶模态近似将系统降维后分析, 且多限于弱非线性。忽略的高阶模态对碰撞、特别是弱碰撞和擦边分叉的影响尚待分析和评价。

(6) 含随机因素的碰撞振动系统。已有研究多针对单自由度、受弹性约束的碰撞振动系统, 多自由度弹性或刚性约束的随机系统碰撞振动问题尚未见研究。

## 参 考 文 献

- [1] Peterka F. Introduction to Vibration of Mechanical Systems with Internal Impacts. Prague: Academia, 1981.
- [2] Shaw S W, Holmes P J. A periodically forced piecewise linear oscillator. *Journal of Sound and Vibration*, 1983, **90** (1): 129 - 155.
- [3] Whiston G S. Global dynamics of vibro-impacting linear oscillator. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, **118** (3): 395 - 429.
- [4] Ivanov A P. Bifurcation in impact systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1996, **7** (10): 1615 - 1634.
- [5] van der Spek J A W, et al. Application of cell mapping methods to a discontinuous dynamic system. *Nonlinear Dynamics*, 1994, **6** (1): 285 - 299.
- [6] Meijaard J P. A mechanism for the onset of chaos in mechanical systems with motion-limiting stops. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1996, **7** (10): 1649 - 1658.
- [7] Dubowsky S, Freudenstein F. Dynamics analysis of mechanical system with clearances, part 1: formulation of dynamic model. *Journal of Engineering for industry*, 1971, **93** (1): 305 - 316.
- [8] van Campen D H et al. Dynamics of a multi-DOF beam system with discontinuous support. *Nonlinear Dynamics*, 1995, **8** (4): 453 - 466.
- [9] Yigit A S, Christoforou A P. Impact dynamics of composite beams. *Composite Structures*, 1995, **32** (1): 187 - 195.
- [10] Bernard P, Taazount M. Random dynamics of structures with gaps: simulation and spectral linearization. *Nonlinear Dynamics*, 1994, **5** (3): 313 - 335.
- [11] 胡海岩. Simulation Complexities in the Dynamics of a Continuously Piecewise-Linear Oscillator, *Chaos, Solitons and Fractals*, 1995, **5** (11): 2201 - 2212.
- [12] Chen Shyh-Leh, Shaw S W. Normal modes for piecewise linear vibratory systems. *Nonlinear Dynamics*, 1996, **10** (2): 135 - 164.
- [13] Tanaka N, Kikushima Y. Study of the preview dynamic damper. *Design Engineering Division*, **18** (1989): 195 - 204.
- [14] Youcef-Toumi K, Gutz D A. Impact and force control: Modeling and experiments. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1994, **116** (1): 89 - 98.
- [15] 胡海岩. Controlling chaos of a periodically forced non-smooth mechanical system. *Acta Mechanica Sinica*, 1995, **11** (3):

251 - 258.

- [16] 胡海岩. Controlling Chaos of a Dynamical System with Discontinuous Vector Field, *Physica D*, 1997, **106** (1): 1 - 8.
- [17] de Weger J, van de Water. Control of impact dynamics by means of a reduced map. In: van Campen D H. *Proceedings of I-UTAM Symposium on Interaction Between Dynamics and Control in Advanced Mechanical Systems*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [18] 胡海岩. Numerical Scheme of Locating the Periodic Response of Non-smooth Non-autonomous Systems of High Dimension, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1995; **123** (1): 53 - 62.
- [19] Tsai Hsiang-Chuan, Wu Ming-Kuen. Methods to compute dynamic response of a cantilever with a stop to limit motion. *Computers and Structures*, 1996, **58** (5): 859 - 867.
- [20] Bishop S R, Thompson M G, Foale S. Prediction of period-1 impacts in a driven beam. *Proc. Roy. Soc. London A*, 1996, **452**: 2579 - 2592.

## ADVANCES IN VIBRO-IMPACT DYNAMICS AND CONTROL OF MECHANICAL SYSTEMS

Hu Haiyan     Jin Dongping

(*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016*)

**Abstract** The vibro-impact of mechanical systems with clearances inside or on boundaries has received great attention over the past decade. This review surveys the recent advances in studying the vibro-impacts of mechanical systems in the following four aspects: (1) discontinuous and continuous analyses of nonlinear dynamics of vibro-impacts, including its stability analysis, singularity problems, grazing bifurcations and nonlinear modes; (2) control of vibro-impacts, especially various strategies for controlling discontinuous systems and chaotic vibro-impacts; (3) numerical analysis of impacts and vibro-impacts; (4) experimental studies on vibro-impacts. Finally, some open problems in further study are addressed.

**Key words** vibro-impact, nonlinear system, dynamics and control

---

### 更正说明

由于本刊编辑校对工作的疏漏, 1997年第4期第246页上文章作者名字标错。“杨国帧”应为“杨国桢”, 特此声明更正, 并向作者和读者致歉。

本刊编辑部